

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОГЛАСОВАНО

Заведующий кафедрой

Кафедра математического
анализа и дифф.уравнений
(МАиДУ_ФМиИ)

наименование кафедры

подпись, инициалы, фамилия

«___» _____ 20__ г.

институт, реализующий ОП ВО

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Кафедра математического анализа
и дифф.уравнений
(МАиДУ_ФМиИ)

наименование кафедры

Фроленков И.В.

подпись, инициалы, фамилия

«___» _____ 20__ г.

институт, реализующий дисциплину

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
НЕПРЕРЫВНЫЕ ГРУППЫ
УРАВНЕНИЙ**

Дисциплина Б1.В.ДВ.06.03 Непрерывные группы уравнений

Направление подготовки /
специальность 01.03.02 Прикладная математика и
информатика Профиль 01.03.02.31
Математическое моделирование и

Направленность
(профиль)

Форма обучения

очная

Год набора

2019

Красноярск 2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования с учетом профессиональных стандартов по укрупненной группе

010000 «МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА»

Направление подготовки /специальность (профиль/специализация)

Направление 01.03.02 Прикладная математика и информатика Профиль

01.03.02.31 Математическое моделирование и вычислительная

математика

Программу
составили

доктор физико-математических наук, профессор,
Родионов Александр Алексеевич

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

Дисциплина предназначена для студентов старших курсов университетов, аспирантов, преподавателей и научных работников в области дифференциальных уравнений с целью освоения метода группового анализа.

Дисциплина посвящена изложению основ теоретико-группового анализа для студентов ИМиФИ СФУ. Приведены основные теоремы с доказательствами, даны понятия группы и алгебры преобразований, определение инвариантного решения. Теоретический материал сопровождается большим количеством примеров, что позволяет студенту быстрее овладеть удобной и эффективной техникой исследования качественных свойств дифференциальных уравнений.

С помощью теории группового анализа можно описать общую структуру семейства решений дифференциального уравнения, выделить определенные классы решений, отыскание которых в каком-либо смысле проще по сравнению с общим решением, построить законы сохранения, вывести новые решения из уже известных. Основным преимуществом теории является ее применимость к различным уравнениям независимо от их типа, порядка и свойства линейности.

1.2 Задачи изучения дисциплины

Основными задачами изучения дисциплины “Непрерывные группы уравнений” являются усвоение и применение на практике следующих разделов и тем:

- Однопараметрические группы преобразований;
- Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями;
- Алгебра Ли и многопараметрические группы;
- Инвариантные решения дифференциальных уравнений;
- Частично-инвариантные решения;
- Задача групповой классификации;
- Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка, допускающих группу преобразований;
- Обыкновенные дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие группу преобразований.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

ПК-1:Способен применять базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий при проведении

исследования в конкретной области профессиональной деятельности
ПК-1.1:Применяет теоретические и практические знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий для проведения в конкретной области профессиональной деятельности
ПК-2:Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности
ПК-2.2:Представляет научные результаты на учебных семинарах, составляет научные документы и отчеты
ПК-3:Способен создавать и исследовать математические модели в естественных науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий, программирования и компьютерной техники
ПК-3.1:Выписывает математические постановки классических моделей, применяемых в естественных науках, промышленности и бизнесе
ПК-3.2:Исследует и анализирует математические модели, применяемые в естественных науках, промышленности и бизнесе

1.4 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Для успешного изучения дисциплины «Непрерывные группы уравнений» необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, обыкновенных дифференциальных уравнений, квазилинейных уравнений первого порядка в частных производных.

Освоение дисциплины «Непрерывные группы уравнений» необходимо при последующем изучении дисциплин (модулей): «Уравнения математической физики», а также для анализа уравнений механики сплошных сред.

1.5 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Семестр
		5
Общая трудоемкость дисциплины	3 (108)	3 (108)
Контактная работа с преподавателем:	1,5 (54)	1,5 (54)
занятия лекционного типа	0,5 (18)	0,5 (18)
занятия семинарского типа		
в том числе: семинары		
практические занятия	1 (36)	1 (36)
практикумы		
лабораторные работы		
другие виды контактной работы		
в том числе: групповые консультации		
индивидуальные консультации		
иная внеаудиторная контактная работа:		
групповые занятия		
индивидуальные занятия		
Самостоятельная работа обучающихся:	1,5 (54)	1,5 (54)
изучение теоретического курса (ТО)		
расчетно-графические задания, задачи (РГЗ)		
реферат, эссе (Р)		
курсовое проектирование (КП)	Нет	Нет
курсовая работа (КР)	Нет	Нет
Промежуточная аттестация (Зачёт)		

3 Содержание дисциплины (модуля)

3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа (акад. час)	Занятия семинарского типа		Самостоятельная работа, (акад. час)	Формируемые компетенции
			Семинары и/или Практические занятия (акад. час)	Лабораторные работы и/или Практикумы (акад. час)		
1	2	3	4	5	6	7
1	Однопараметрические группы преобразований	4	6	0	6	
2	Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями	4	4	0	6	
3	Алгебра Ли и многопараметрические группы	4	4	0	6	
4	Инвариантные решения дифференциальных уравнений	2	8	0	6	
5	Частично-инвариантные решения	2	4	0	6	
6	Задача групповой классификации	2	4	0	8	
7	Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка, допускающих группу преобразований	0	4	0	8	

8	Обыкновенные дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие группу преобразований	0	2	0	8	
Всего		18	36	0	54	

3.2 Занятия лекционного типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
1	1	Примеры, определение, свойства однопараметрических групп.	2	0	0
2	1	Определение инвариантности многообразия (поверхности) относительно группы преобразований.	2	0	0
3	2	Преобразования, допускаемые уравнениями теплопроводности. Определение дифференциального многообразия.	2	0	0
4	2	Система уравнений околосзвукового установившегося течения газа как пример дифференциального многообразия. Построение базиса допустимых операторов. Уравнение переноса. Построение допустимых операторов.	2	0	0

5	3	Многопараметрические группы на примере преобразований, допускаемых уравнениями околосзвукового установившегося течения газа.	2	0	0
6	3	Алгебра Ли для L_g . Размерность, базис, структурные константы алгебры Ли. Определения подалгебры, идеала, центра, производной, разрешимости алгебры Ли. Коммутатор инфинитезимальных операторов. Алгебра Ли операторов.	2	0	0
7	4	Критерий инвариантности многообразия относительно G_r .	2	0	0
8	5	Орбита многообразия. Ранг и дефект многообразия.	2	0	0
9	6	Цель задачи групповой классификации. Преобразование подобия. Подобные многообразия.	2	0	0
Всего			12	0	0

3.3 Занятия семинарского типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
1	1	Примеры групп переносов, растяжений, проективных преобразований. Канонический параметр. Производная Ли. Инварианты группы G_1 .	2	0	0

2	1	Определение орбиты и касательного векторного поля $G1$. Базис инвариантов. Инфинитезимальный оператор. Примеры групп, инвариантов и операторов на плоскости (x, y) .	2	0	0
3	1	Представление однопараметрической группы экспоненциальным преобразованием. Примеры.	2	0	0
4	2	Точечные преобразования, их инфинитезимальный оператор. Оператор полного дифференцирования. Продолжение оператора.	2	0	0
5	2	Формулы продолжения оператора на вторые производные, на производные произвольного порядка. Определяющие уравнения.	2	0	0
6	3	Определение коммутатора в векторном пространстве Lr .	2	0	0
7	3	Алгебра Ли операторов на примере уравнений околосзвукового течения газа. Таблица коммутаторов, ее структурные особенности.	2	0	0
8	4	Базис векторного поля алгебры Ли группы Gr . Ранг алгебры. Неособое многообразие. Многообразие как система дифференциальных уравнений	2	0	0

9	4	Определение инвариантного H -решения (H -подгруппа группы Gr) на многообразии. Степень полноты набора инвариантов группы H . Фактор-система E/H . Ранг инвариантных решений. Пример противоречивости системы E/H .	2	0	0
10	4	Построение инвариантных решений уравнений околзвучового установившегося плоскопараллельного течения газа.	2	0	0
11	4	Уравнение Кортвега-де Фриза. Построение системы E/H и точных инвариантных решений.	2	0	0
12	5	Определение частично-инвариантного H -решения системы. Неравенства для оценки дефекта частично-инвариантного решения	2	0	0
13	5	Пример частично-инвариантного решения для околзвучового установившегося плоскопараллельного течения газа.	2	0	0
14	6	Группа эквивалентности $GE(t)$ для уравнения. Алгоритм отыскания группы эквивалентности. Описание алгоритма решения задачи групповой классификации. Пример уравнения одномерной нелинейной теплопроводности. Полный групповой анализ уравнения.	2	0	0

15	6	Построение определяющих уравнений, преобразований эквивалентности произвольного элемента, ядра основных групп, допускаемых уравнением. Построение таблицы спецификаций элемента с операторами, определяющими допустимые группы преобразований. Пример построения точного решения	2	0	0
16	7	Поиск интегрирующего множителя для уравнения, допускающего группу преобразований с оператором X. Уравнение Риккати. Линейное однородное уравнение.	2	0	0
17	7	Интегрирование уравнений на основе теоремы об инвариантах. Построение уравнений 1-го порядка общего вида, допускающих заданную группу преобразований. Примеры. Таблица некоторых уравнений 1-го порядка с известными допустимыми операторами.	2	0	0
18	8	Примеры построения инвариантов 2-го порядка. Таблица некоторых уравнений 2-го порядка с известными допустимыми операторами.	2	0	0
Всего			26	0	0

3.4 Лабораторные занятия

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
Всего					

4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Краснова Д. А., Родионов А. А., Степанова И. В.	Непрерывные группы уравнений: учебное пособие	Красноярск: СФУ, 2017

5 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

6 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

6.1. Основная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Овсянников Л. В.	Групповой анализ дифференциальных уравнений: монография	Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1978
Л1.2	Ибрагимов Н. Х.	Группы преобразований в математической физике: монография	Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1983
6.2. Дополнительная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Андреев В. К., Капцов О. В., Пухначев В. В., Родионов А. А., Мелешко С. В.	Применение теоретико-групповых методов в гидродинамике: монография	Новосибирск: Наука, Сиб. издат. фирма РАН, 1994
Л2.2	Олвер П., Шабат А. Б.	Приложения групп Ли к дифференциальным уравнениям: перевод с английского	Москва: Мир, 1989
6.3. Методические разработки			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.1	Краснова Д. А., Родионов А. А., Степанова И. В.	Непрерывные группы уравнений: учебное пособие	Красноярск: СФУ, 2017

8 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

По окончании курса предусматривается зачет. На практических занятиях, посвященных решению задач, оценивается усвоение материала студентами. Некоторый материал занятий предлагается студентам для самостоятельного изучения с последующим докладом у доски.

9 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)

9.1 Перечень необходимого программного обеспечения

9.1.1	Не предусмотрено
-------	------------------

9.2 Перечень необходимых информационных справочных систем

9.2.1	Не предусмотрено
-------	------------------

10 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для проведения занятий требуется учебная аудитория, оборудованная учебной мебелью, а также маркерной или меловой доской.